المراجعة النهائية — جبر ثانوية عامة — اعداد أ/ فارس حسين

أسئلة الاختيار من متعدد:

① إذا كان $ن \in ص^+$ حيث ${}^{ن}ق_3 + 2\,{}^{ن}ق_2 + {}^{ن}ق_1 = 120$ فإن ن = ...

⑦ ، ⑧ ✓ ، ⑨ ، ⑩

الحل: ${}^{ن}ق_3 + {}^{ن}ق_2 + {}^{ن}ق_2 + {}^{ن}ق_1 = 120$

${}^{ن+1}ق_3 + {}^{ن+1}ق_2$

${}^{ن+2}ق_3 = 120 = {}^{10}ق_3$

ن + 2 = 10

∴ ن = 8

② إذا كان $ن \in ص^+$ فإن ${}^{ن}ل_2$ عدد لا يساوي ....

[24 - 25 - 27 - 30]

الحل: لا يوجد عددين متتاليين حاصل ضربهم 30

6 × 5 ⟸ الإجابة 30

③ ${}^{17}ق_{ر^2+1} = {}^{17}ق_{3ر}$ ∴ ر = ...

{2 ، -2 ، ±2 ، 4}

الحل: علم = علم ⟸ دليل = دليل

أو مجموع الدليلين = العلم

$ر^2 + 1 = 3ر^2$ | أو $4ر^2 + 1 = 17$

$2ر^2 = 1$ | $4ر^2 = 16$

$ر^2 = \frac{1}{2} \notin ص^+$ | $ر = \pm 2$

④ إذا كان ${}^{س+ص}ل_2 = 210$ ، ${}^{ص-3}ق_3 = 35$ فإن $\underline{|2س-ص} = ...$

5 ، 10 ، 2 ، [1] ✓

الحل: ${}^{س+ص}ل_2 = 210 = {}^{15}ل_2$

س + ص = 15 ، ${}^{ص-3}ق_3 = {}^{7}ق_3$

ص - 3 = 7

ص = 10 ، س = 5

⑤ إذا كان ${}^{ن}ق_3 : {}^{ن-1}ق_4 = 8 : 5$ فإن ن = ...

5 ، 7 ، 8 ، 9

الحل: بالتعويض بالاختيارات ن = 8

⑥ إذا كان الحدان الأوسطان في $(أ + 2ب)^{2ن+1}$ متساويان فإن

$\frac{أ}{ب} = \frac{1}{2}$ | أ = 4ب | أ = 8ب | أ = 2ب

الحل: الحد الأوسط الأول ترتيبه $\frac{2ن+1+1}{2} = ن+1$

والتالي له هو ن + 2

$\frac{ح_{ن+2}}{ح_{ن+1}} = \frac{الأكبر - الأصغر + 1}{الأصغر} \times \frac{الثاني بإشارته}{الأول بإشارته}$

$\frac{2ن+1-ن-1+1}{ن+1} \times \frac{2ب}{أ} = \frac{2ب}{أ} = 1$

أ = 2ب

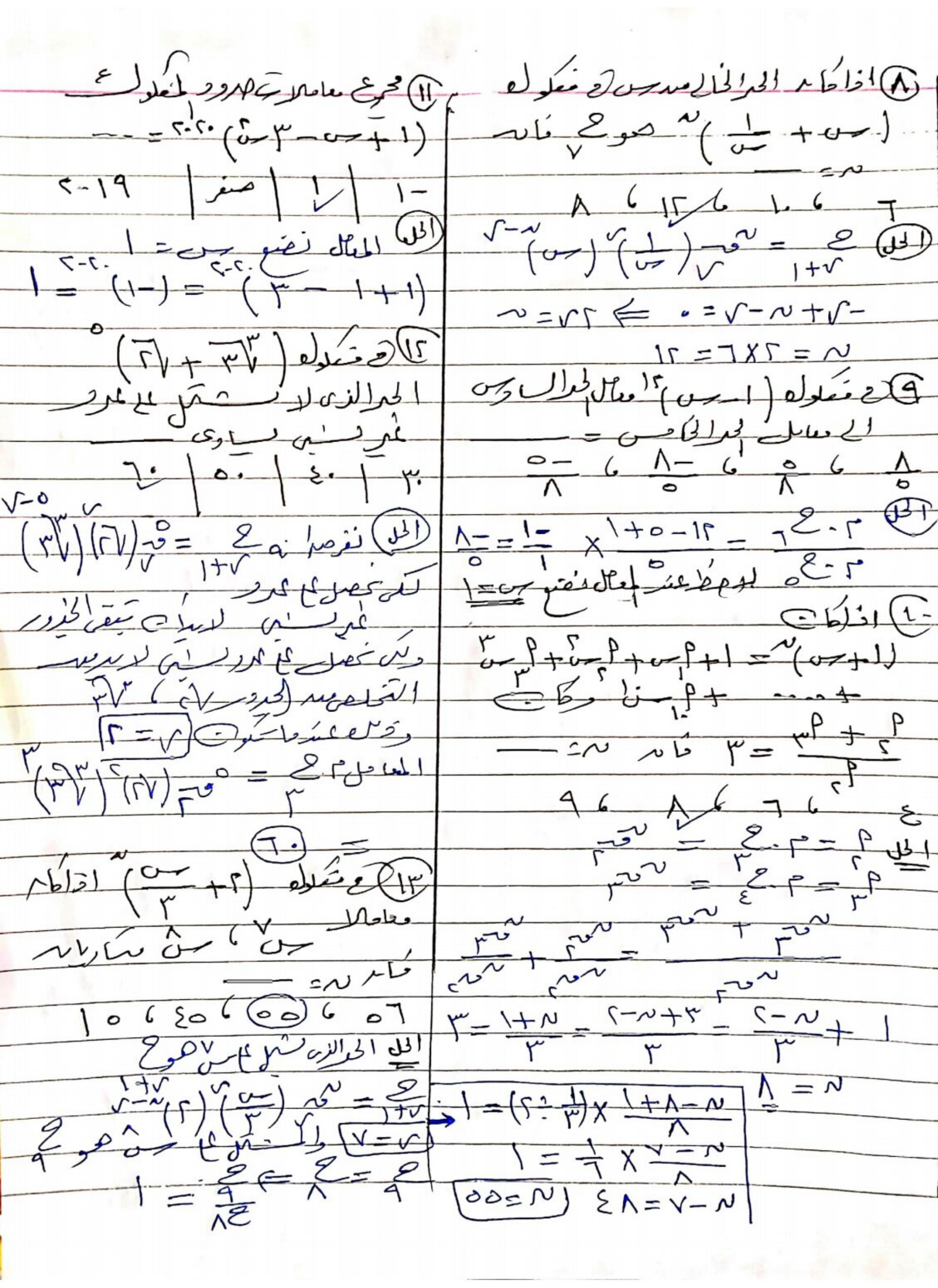
⑦ في مفكوك $س^3 (1+س)^7$ حسب قوى س المتصاعدة معامل الحد المشتمل على $س^4$ هو ....

${}^{7}ق_4$ | ${}^{7}ق_3$ | ${}^{7}ق_1$ ✓ | 21

الحل: نفرض أنه $ح_{ر+1} = س^3 \times {}^{7}ق_ر\, س^ر$

3 + ر = 4 ، ر = 1 هو $ح_2$

المعامل $ح_2 = (1)^3 \times {}^{7}ق_1 = {}^{7}ق_1$



(8) إذا كان الحد الخالي من س في مفكوك $(س + \frac{1}{س})^ن$ هو $ح_7$ فإن ن = ____

٦ ، ١٠ ، ١٢ ✓ ، ٨

الحل: $ح_{ر+1} = {}^نق_ر (\frac{1}{س})^ر (س)^{ن-ر}$

$-ر + ن - ر = 0 \Leftarrow 2ر = ن$

$ن = 2 \times 6 = 12$

(9) في مفكوك $(1 - س)^{12}$ معامل الحد السادس إلى معامل الحد الخامس = ____

$\frac{8}{5}$ ، $\frac{5}{8}$ ، $\frac{-8}{5}$ ، $\frac{-5}{8}$

الحل: $\frac{م ح_6}{م ح_5} = \frac{12-5+1}{5} \times \frac{-1}{1} = \frac{-8}{5}$

لاحظ عند المعامل نضع س = ١

(10) إذا كان: $(1+س)^ن = 1 + أ_1 س + أ_2 س^2 + أ_3 س^3 + \dots + أ_ن س^ن$ وكان $\frac{أ_2 + أ_3}{أ_2} = 3$ فإن ن = ____

٤ ، ٦ ، ٨ ✓ ، ٩

الحل: $أ_2 = م ح_3 = {}^نق_2$ ، $أ_3 = م ح_4 = {}^نق_3$

$\frac{{}^نق_2 + {}^نق_3}{{}^نق_2} = \frac{{}^نق_2}{{}^نق_2} + \frac{{}^نق_3}{{}^نق_2}$

$1 + \frac{ن-2}{3} = \frac{3+ن-2}{3} = \frac{ن+1}{3} = 3$

$ن = 8$

(11) مجموع معاملات حدود المفكوك $(1 + س - 3س^2)^{2020} = $ ----

-١ | ١ ✓ | صفر | ٢٠١٩

الحل: المعامل نضع س = ١

$(1+1-3)^{2020} = (-1)^{2020} = 1$

(12) في مفكوك $(\sqrt[3]{3} + \sqrt{2})^5$ الحد الذي لا يشتمل على عدد غير نسبي يساوي ____

٣٠ | ٤٠ | ٥٠ | ٦٠

الحل: نفرضها $ح_{ر+1} = {}^5ق_ر (\sqrt{2})^ر (\sqrt[3]{3})^{5-ر}$

لكي نحصل على عدد غير نسبي لابد أن تبقى الجذور ولكي نحصل على عدد نسبي لابد من التخلص من الجذور $(\sqrt{})^2$ ، $(\sqrt[3]{})^3$

وذلك عندما تكون ر = ٢

المعامل $ح_3 = {}^5ق_2 (\sqrt{2})^2 (\sqrt[3]{3})^3$

= ٦٠

(13) في مفكوك $(2 + \frac{س}{3})^ن$ إذا كان معاملا $س^7$ ، $س^8$ متساويين فإن ن = ____

٥٦ ، ٥٥ ، ٤٥ ، ١٥

الحل: الحد الذي يشتمل على $س^7$ هو $ح_8$

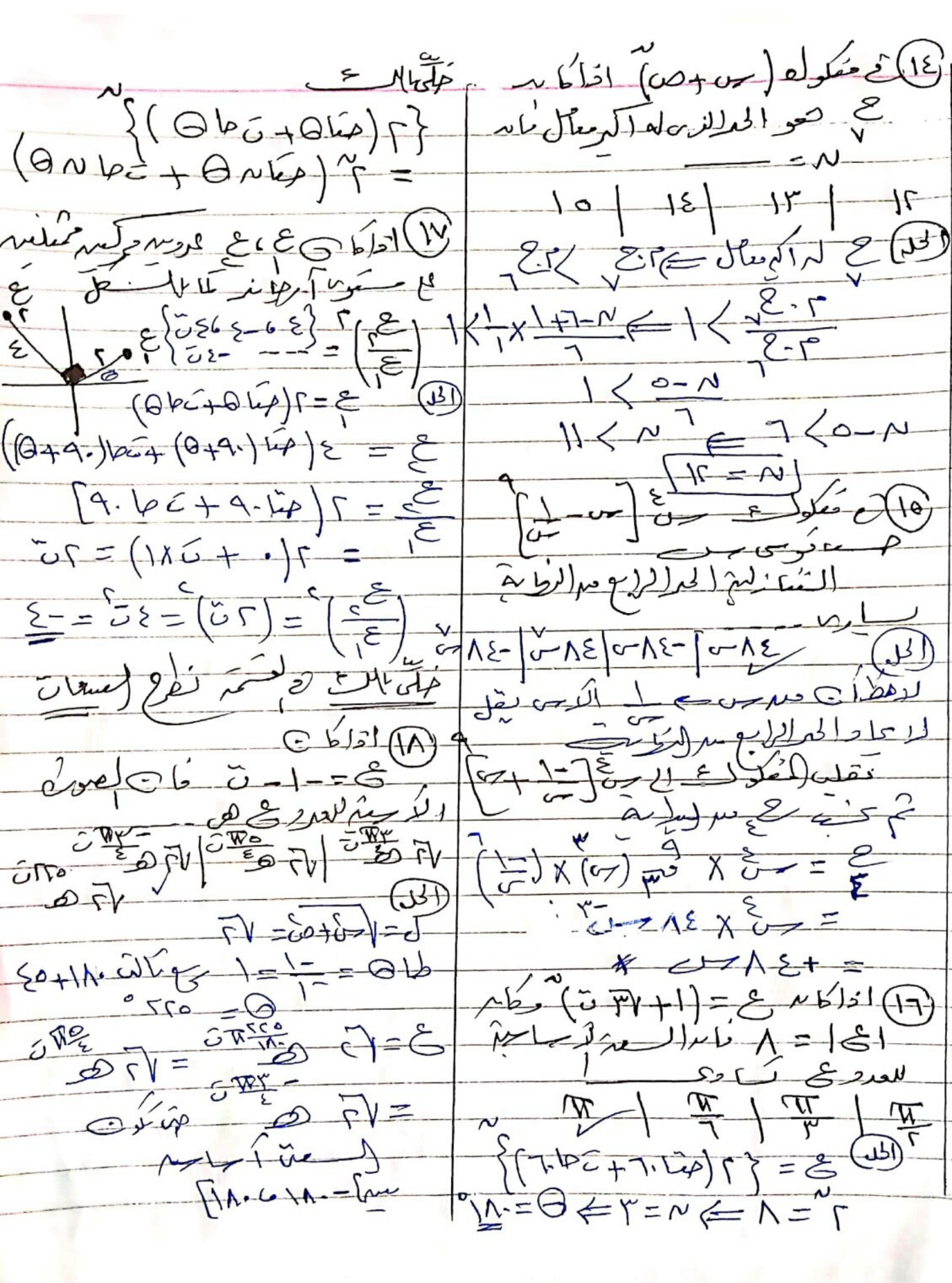
$ح_{ر+1} = {}^نق_ر (\frac{س}{3})^ر (2)^{ن-ر}$ ، ر = ٧ والمشتمل على $س^8$ هو $ح_9$

$ح_9 = ح_8 \Leftarrow \frac{م ح_9}{م ح_8} = 1$

$\frac{ن-8+1}{8} \times (\frac{1}{3} \div 2) = 1$

$\frac{ن-7}{8} \times \frac{1}{6} = 1$

$ن - 7 = 48$ ، $ن = 55$



(١٤) في مفكوك $(س + ص)^ن$ إذا كان $ح_٧$ هو الحد الذي له أكبر معامل فإن ن = ____

١٢ | ١٣ | ١٤ | ١٥

الحل: $ح_٧$ له أكبر معامل ⟸ $م ح_٧ > م ح_٦$

$\frac{م ح_٧}{م ح_٦} > ١ ⟸ \frac{ن - ٦ + ١}{٦} \times \frac{١}{١} > ١$

$\frac{ن - ٥}{٦} > ١$

$ن - ٥ > ٦ ⟸ ن > ١١$

ن = ١٢

(١٥) في مفكوك $س^٤ \left[س - \frac{١}{س}\right]^٩$ مرتبًا حسب قوى س التنازلية الحد الرابع من النهاية يساوي ____

$٨٤ س$ ✓ | $-٨٤ س$ | $٨٤ س^٧$ | $-٨٤ س^٧$

الحل: لاحظ أن س مع $\frac{١}{س}$ الأس يقل
لإيجاد الحد الرابع من النهاية نقلب المفكوك إلى $س^٤ \left[\frac{-١}{س} + س\right]^٩$
ثم نحسب $ح_٤$ من البداية

$ح_٤ = س^٤ \times {}^٩ق_٣ \, (س)^٣ \times \left(\frac{-١}{س}\right)^٦$

$= س^٤ \times ٨٤ \, س^{-٣}$

$= +٨٤ س$ *

(١٦) إذا كان $ع = (١ + \sqrt{٣} ت)^ن$ وكان $|ع| = ٨$ فإن السعة الأساسية للعدد ع تساوي ____

π ✓ | $\frac{\pi}{٦}$ | $\frac{\pi}{٣}$ | $\frac{\pi}{٢}$

الحل: $ع = \{٢ (جتا ٦٠ + ت جا ٦٠)\}^ن$

$٢^ن = ٨ ⟸ ن = ٣ ⟸ \theta = ١٨٠°$

حل ثالث

$\{٢ (جتا \theta + ت جا \theta)\}^ن$

$= ٢^ن (جتا ن\theta + ت جا ن\theta)$

(١٧) إذا كان $ع_١$، $ع_٢$ عددين مركبين ممثلين في مستوى أرجاند كما بالشكل فإن $\left(\frac{ع_٢}{ع_١}\right)^٢ = $ ____ $\{٤، -٤، ٤ت، -٤ت\}$

الحل: $ع_١ = ٢ (جتا \theta + ت جا \theta)$

$ع_٢ = ٤ (جتا (٩٠ + \theta) + ت جا (٩٠ + \theta))$

$\frac{ع_٢}{ع_١} = ٢ (جتا ٩٠ + ت جا ٩٠)$

$= ٢ (٠ + ت \times ١) = ٢ت$

$\left(\frac{ع_٢}{ع_١}\right)^٢ = (٢ت)^٢ = ٤ت^٢ = \underline{-٤}$

حل ثالث عن طريق تطبيق المسافات

(١٨) إذا كان $ع = -١ - ت$ فإن الصورة الأسية للعدد ع هي ____

$\sqrt{٢} هـ^{\frac{٣\pi}{٤} ت}$ | $\sqrt{٢} هـ^{\frac{٥\pi}{٤} ت}$ | $\sqrt{٢} هـ^{-\frac{٣\pi}{٤} ت}$ ✓ | $\sqrt{٢} هـ^{٢٢٥ ت}$

الحل: $ل = \sqrt{س^٢ + ص^٢} = \sqrt{٢}$

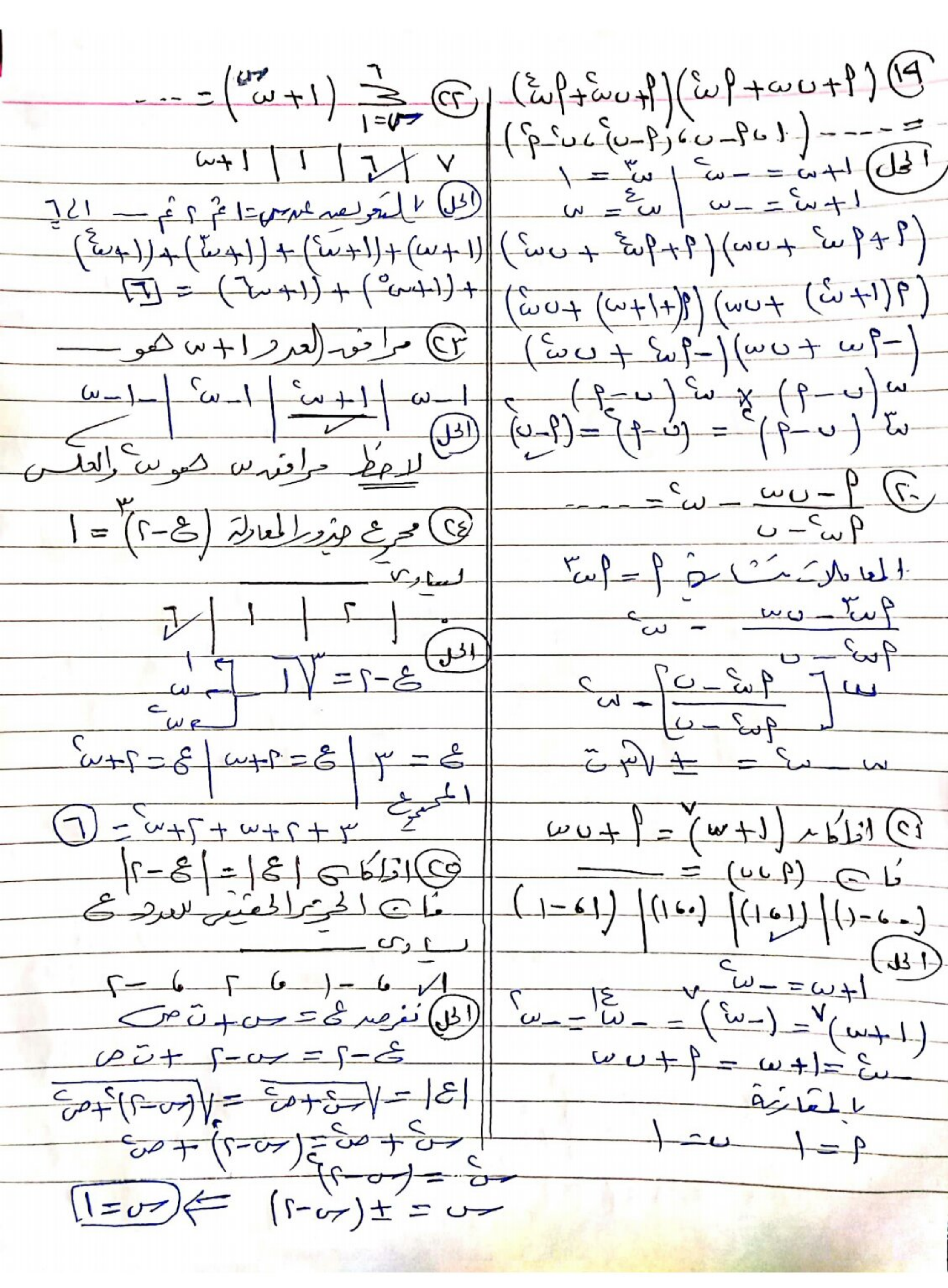
$ظا \theta = \frac{-١}{-١} = ١$ في الربع الثالث $١٨٠ + ٤٥$

$\theta = ٢٢٥°$

$ع = \sqrt{٢} \, هـ^{\frac{٢٢٥}{١٨٠} \pi ت} = \sqrt{٢} \, هـ^{\frac{٥\pi}{٤} ت}$

$= \sqrt{٢} \, هـ^{-\frac{٣\pi}{٤} ت}$ وهو (ج)

السعة أساسية $]-١٨٠، ١٨٠]$



(١٩) (أ + ب ω + أ ω²)(أ + ب ω² + أ ω⁴) = ...

(أ² ، ب² ، أ ب ، (أ − ب)² ، ...)

الحل: ١ + ω = −ω² | ω³ = ١

١ + ω² = −ω | ω⁴ = ω

(أ + أ ω² + ب ω)(أ + أ ω⁴ + ب ω²)

(أ(١ + ω²) + ب ω)(أ(١ + ω) + ب ω²)

(−أ ω + ب ω)(−أ ω² + ب ω²)

ω(ب − أ) × ω²(ب − أ) = ω³(ب − أ)² = (ب − أ)² = (أ − ب)²

(٢٠) (أ − ب ω)/(أ ω² − ب) − ω² = ...

المعادلات: بما أن أ = أ ω³

(أ ω³ − ب ω)/(أ ω² − ب) − ω²

ω [(أ ω² − ب)/(أ ω² − ب)] − ω²

ω − ω² = ± √٣ ت

(٢١) اذا كان (١ + ω)⁷ = أ + ب ω فإن (أ ، ب) = ____

(٠ ، −١) | (١ ، ١) ✓ | (١ ، ٠) | (١ ، −١)

الحل: ١ + ω = −ω²

(١ + ω)⁷ = (−ω²)⁷ = −ω¹⁴ = −ω²

−ω² = ١ + ω = أ + ب ω

بالمقارنة

أ = ١ ، ب = ١

(٢٢) $\sum_{n=1}^{6} (1+\omega^{n}) = \dots$

٧ | ٦ ✓ | ١ | ١ + ω

الحل: بالتعويض عن ن = ١ ثم ٢ ثم ... الى ٦

(١ + ω) + (١ + ω²) + (١ + ω³) + (١ + ω⁴) + (١ + ω⁵) + (١ + ω⁶) = ٦

(٢٣) مرافق العدد ١ + ω هو ____

١ − ω | ١ + ω² ✓ | ١ − ω² | −١ − ω

الحل: لاحظ مرافق ω هو ω² والعكس

(٢٤) مجموع جذور المعادلة (ع − ٢)³ = ١ يساوي ____

٠ | ٢ | ١ | ٦ ✓

الحل: ع − ٢ = ∛١ ← ١ ، ω ، ω²

ع = ٣ | ع = ٢ + ω | ع = ٢ + ω²

المجموع = ٣ + ٢ + ω + ٢ + ω² = ٦

(٢٥) اذا كان |ع| = |ع − ٢| فإن الجزء الحقيقي للعدد ع يساوي ____

١ ✓ ، −١ ، ٢ ، −٢

الحل: نفرض ع = س + ت ص

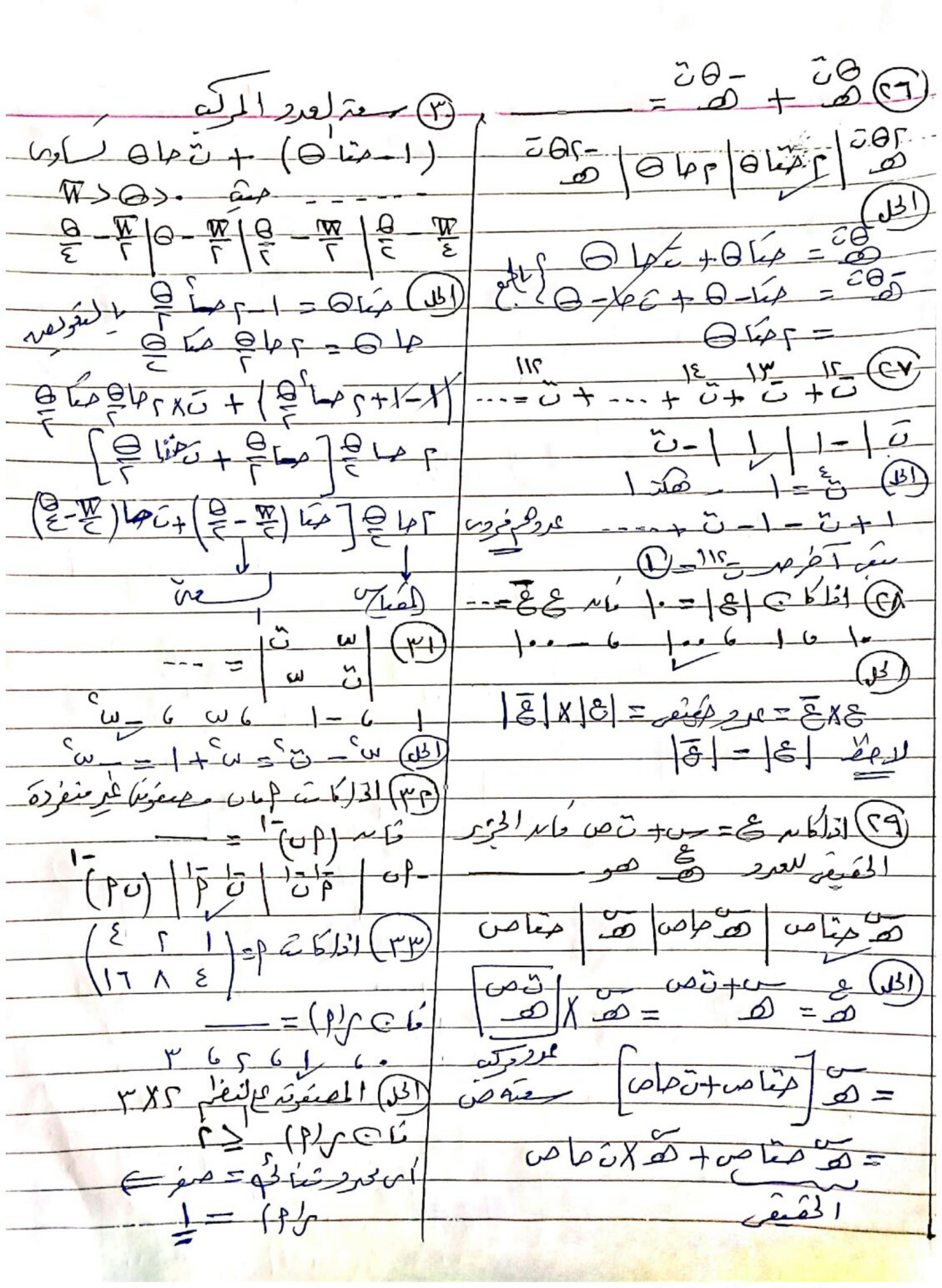
ع − ٢ = س − ٢ + ت ص

|ع| = √(س² + ص²) = √((س − ٢)² + ص²)

س² + ص² = (س − ٢)² + ص²

س² = (س − ٢)²

س = ± (س − ٢) ⟸ س = ١



(٢٦) $e^{i\theta} + e^{-i\theta} = $ ــــــــ

$e^{-2i\theta}$ | $2\cos\theta$ | $2\sin\theta$ | $2e^{i\theta}$

(الحل) $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$

$e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta$ } بالجمع

$= 2\cos\theta$

(٢٧) $i^{12} + i^{13} + i^{14} + \dots + i^{112} = \dots$

i | -1 | 1 | $1-i$

(الحل) $i^4 = 1$ هكذا 1

$1 + i - 1 - i + \dots$ عدد مجموعات فردي

شيء آخر حد $i^{112} = 1$

(٢٨) اذا كان $|z| = 10$ فإن $z\bar{z} = \dots$

10 ، 1 ، 100 ، -100

(الحل) $z\bar{z} =$ عدد حقيقي $= |z| \times |\bar{z}|$

لاحظ $|z| = |\bar{z}|$

(٢٩) اذا كان $z = x + iy$ فإن الجزء الحقيقي للعدد e^z هو ــــــــ

$e^x \cos y$ | $e^x \sin y$ | e^x | $\cos y$

(الحل) $e^z = e^{x+iy} = e^x \times e^{iy}$

$= e^x[\cos y + i\sin y]$ عدد مركب سعته ص

$= e^x\cos y + e^x \times i\sin y$

الحقيقي

(٣٠) سعة العدد المركب $(1 - \cos\theta) + i\sin\theta$ تساوي حيث $0 < \theta < \pi$

$\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}$ | $\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$ | $\frac{\pi}{2} - \theta$ | $\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{4}$

(الحل) $\cos\theta = 1 - 2\sin^2\frac{\theta}{2}$ بالتعويض

$\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$

$(1 - 1 + 2\sin^2\frac{\theta}{2}) + i \times 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$

$2\sin\frac{\theta}{2}\left[\sin\frac{\theta}{2} + i\cos\frac{\theta}{2}\right]$

$2\sin\frac{\theta}{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right)\right]$

المقياس ، السعة

(٣١) $\begin{vmatrix} \omega & i \\ i & \omega \end{vmatrix} = \dots$

1 ، -1 ، ω ، $-\omega$

(الحل) $\omega^2 - i^2 = \omega^2 + 1 = -\omega$

(٣٢) اذا كانت أ ، ب مصفوفتان غير منفردة فإن $(\text{أب})^{-1} = $ ــــــــ

$-\text{أب}$ | $\text{أ}^{-1}\text{ب}^{-1}$ | $\text{ب}^{-1}\text{أ}^{-1}$ | $(\text{ب أ})^{-1}$

(٣٣) اذا كانت $\text{أ} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 8 & 16 \end{pmatrix}$ فإن ر(أ) = ــــــــ

0 ، 1 ، 2 ، 3

(الحل) المصفوفة من النظم 2×3

فإن ر(أ) ≤ 2

أي محددات كلها = صفر ⇐

ر(أ) = 1

(٣٤) إذا كانت

$$\text{أ} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ \text{ك} & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$ وكان ⊙

ر(أ) = ٢ فإن ك = ______

٠ ، ٢ ، −٢ ، ٦ ✓(٢)

الحل

ر(أ) = ٢ ⟸ محدد المصفوفة الثالثة = ٠

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ \text{ك} & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$$ وبالحل ك = ٢

(٣٥) عدد حلول النظام

$2\text{س} + 5\text{ص} = 0$

$3\text{س} - \text{ع} = 0$ هو ______

$2\text{ص} - 3\text{ع} = 0$

(١) الحل الصفري فقط ✓

(٢) عدد لا نهائي من الحلول من بينها الحل الصفري

(٣) صفر

(٤) عدد لا نهائي من الحلول ليس من بينها الحل الصفري

الحل

$$\text{أ} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$ (المعاملات)

$|\text{أ}| \neq 0$ ⟸ ر(أ) = ٣ = عدد المجاهيل س ، ص ، ع

يوجد حل وحيد وهو الحل الصفري فقط

(٣٦) يوجد للنظام

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & -3 \\ 4 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \\ \text{ع} \end{pmatrix} = [\,0\,]$$

(أ) الحل الصفري فقط

(ب) عدد لا نهائي من الحلول من بينها الحل الصفري ✓

(جـ) صفر

(د) عدد لا نهائي من الحلول ليس من بينها الحل الصفري

الحل

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & -3 \\ 4 & -2 & -3 \end{vmatrix} = \text{صفر}$$

ر(أ) = ٢ أقل من عدد المجاهيل

يوجد عدد لا نهائي من الحلول من بينها الحل الصفري

(٣٧)

$$\begin{vmatrix} \text{أ}+\text{ب} & \text{ب}+\text{جـ} & \text{جـ}+\text{أ} \\ \text{جـ} & \text{أ} & \text{ب} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \text{---}$$

−١ ، صفر ✓ ، أ+ب+جـ ، أ ب جـ

الحل

ص١ + ص٢ + ص٣

$$\begin{vmatrix} \text{أ}+\text{ب}+\text{جـ} & \text{أ}+\text{ب}+\text{جـ} & \text{أ}+\text{ب}+\text{جـ} \\ \text{جـ} & \text{أ} & \text{ب} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (\text{أ}+\text{ب}+\text{جـ}) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \text{جـ} & \text{أ} & \text{ب} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

= صفر لتساوي صفين

٣٨) إذا كان للمعادلات

$س + ٢ص + ٣ع = ٥$

$٢س - ٣ص + لع = ١٣$ حل وحيد

$٣س + لص + ٢ع = ٣$

فإن ل ∈ ....

ح | ح - {-١} | ح - {١٣} | ح - {-١، ٣}

الحل: حل وحيد ⟸ ر(أ) = عدد المجاهيل = ٣

$$\begin{vmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ ٢ & -٣ & ل \\ ٣ & ل & ٢ \end{vmatrix} \neq ٠$$ وبالحل

ل ∈ ح - {-١، ١٣}

٣٩) إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ١ & ١ & ٣ \\ -١ & ٠ & ٢ \\ ٢ & -٢ & ١ \end{pmatrix}$

ر(أ*) = ...

الحل: ر(أ*) = ر(أ)

$$\begin{vmatrix} ١ & ١ & ٣ \\ -١ & ٠ & ٢ \\ ٢ & -٢ & ١ \end{vmatrix} \neq ٠$$

ر(أ*) = ٣

٤٠) إذا كانت أ مصفوفة على النظم م × ن فإن

أ) ر(أ) ≤ أصغر العددين م، ن

ب) ر(أ) < أصغر العددين م، ن

ج) ر(أ) ≥ أصغر العددين م، ن

د) ر(أ) > أصغر العددين م، ن

٤١) مجموع جذور المعادلة

$$\begin{vmatrix} س & ٠ & ٠ \\ ١ & س & ٠ \\ ٢ & ٣ & س \end{vmatrix} = ٨$$ في ك هو

ش، ٢، ٤، ٨

الحل

$س^٣ = ٨$

$س = \sqrt[٣]{٨}$ ⟵ ٢، ٢ω، ٢ω²

$٢ + ٢ω + ٢ω^٢ =$ صفر

٤٢) إذا كان للمعادلتين

$٢س + ص = ١$

$٤س + ٢ص = ل$ عدد لا نهائي من الحلول

ل = ...

صفر، ١، ٢، ٣

الحل: عدد لا نهائي

ر(أ) < ٢ ⟸ ر(أ) = ١ = ر(أ*)

$$\begin{vmatrix} ٢ & ١ & ١ \\ ٤ & ٢ & ل \end{vmatrix} = ٠ \Rightarrow ل - ٢ = ٠$$

ل = ٢

* أ* المصفوفة الموسعة

٤٣) إذا كانت س عدد مركب

فإن عدد حلول المعادلة

$$\begin{vmatrix} س^٣ + ١ & س - ١ \\ س + ١ & س^٣ - ١ \end{vmatrix} = ٠$$

هو ...... [٦، ٥، ٤، ٣]

الحل: $س^٦ - ١ - (س^٢ - ١) = ٠$

$س^٦ - س^٢ = ٠$

$س^٢ [س^٤ - ١] = ٠$

↓ جذر. ⟵ ٤ جذور

ع المعادلة = أس المجهول الأكبر

٢) أثبت أن

$$\begin{vmatrix} -\text{م} & \text{ل} & ٠ \\ -\text{ن} & ٠ & -\text{ل} \\ ٠ & \text{ن} & \text{م} \end{vmatrix} = \text{صفر}$$

الحل

بتدوير المحدد

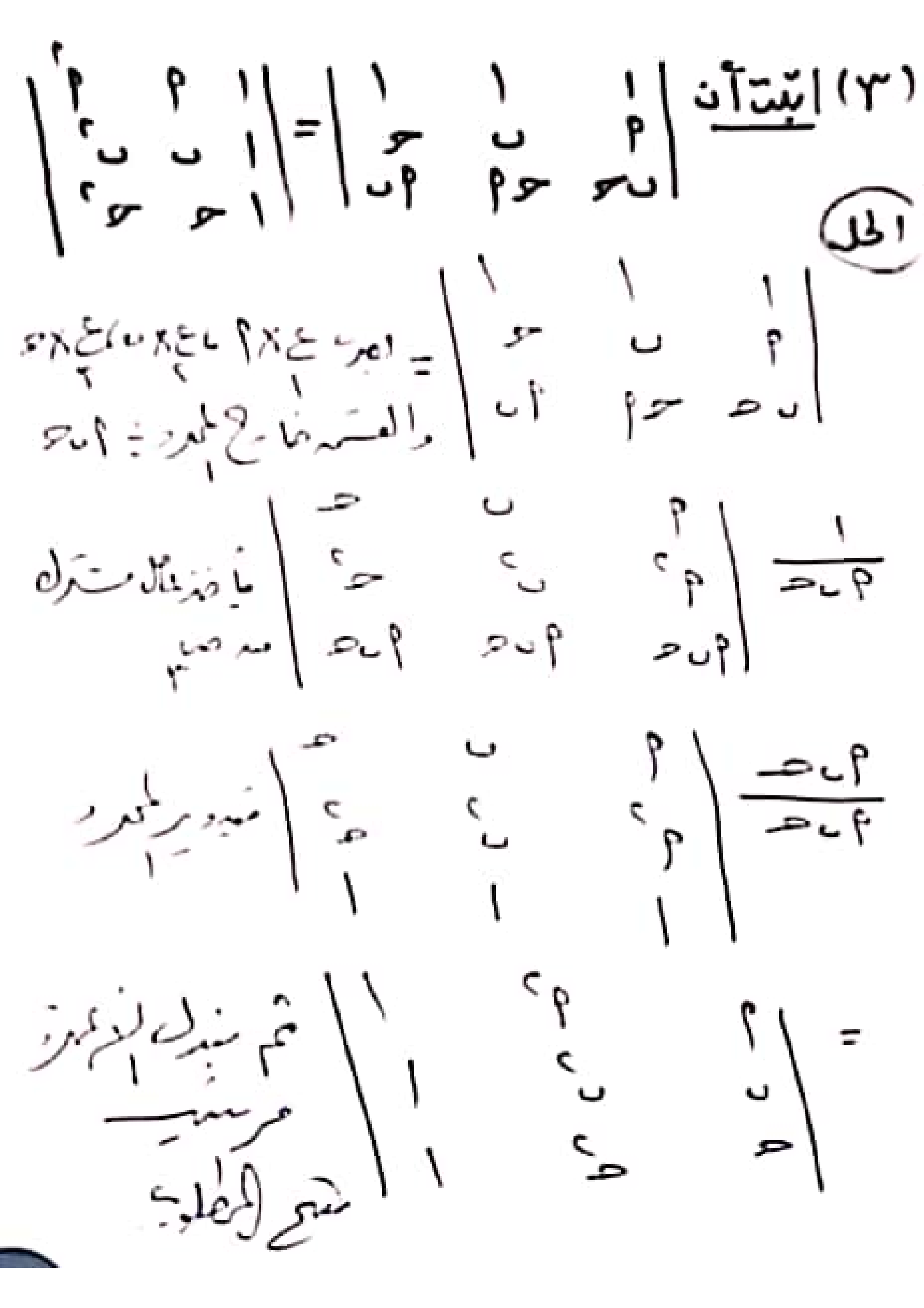
$$\begin{vmatrix} \text{م} & -\text{ل} & ٠ \\ \text{ن} & ٠ & \text{ل} \\ ٠ & -\text{ن} & -\text{م} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\text{م} & \text{ل} & ٠ \\ -\text{ن} & ٠ & -\text{ل} \\ ٠ & \text{ن} & \text{م} \end{vmatrix}$$

بأخذ "-" عامل مشترك من ص١، ص٢، ص٣

$$\begin{vmatrix} -\text{م} & \text{ل} & ٠ \\ -\text{ن} & ٠ & -\text{ل} \\ ٠ & \text{ن} & \text{م} \end{vmatrix} - =$$

$$\begin{vmatrix} -\text{م} & \text{ل} & ٠ \\ -\text{ن} & ٠ & -\text{ل} \\ ٠ & \text{ن} & \text{م} \end{vmatrix} - = \begin{vmatrix} -\text{م} & \text{ل} & ٠ \\ -\text{ن} & ٠ & -\text{ل} \\ ٠ & \text{ن} & \text{م} \end{vmatrix} \therefore$$

$$\text{بالقسمة على ٢ ينتج المطلوب} \Leftarrow ٠ = \begin{vmatrix} -\text{م} & \text{ل} & ٠ \\ -\text{ن} & ٠ & -\text{ل} \\ ٠ & \text{ن} & \text{م} \end{vmatrix} ٢$$



(٣) اثبت أن

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \text{أ} & \text{ب} & \text{جـ} \\ \text{ب جـ} & \text{جـ أ} & \text{أ ب} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & \text{أ} & \text{أ}^2 \\ 1 & \text{ب} & \text{ب}^2 \\ 1 & \text{جـ} & \text{جـ}^2 \end{vmatrix}$$

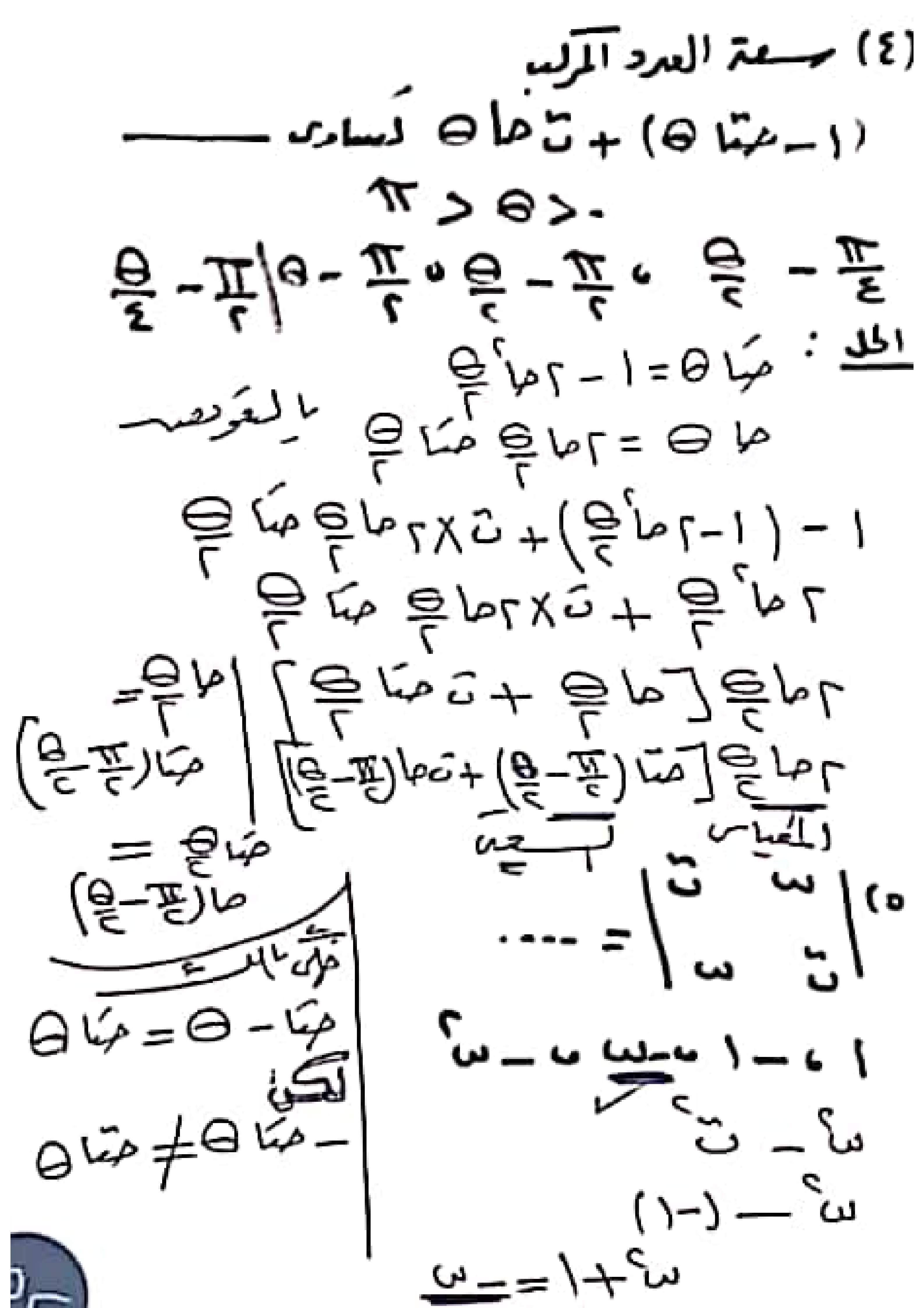
الحل

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \text{أ} & \text{ب} & \text{جـ} \\ \text{ب جـ} & \text{جـ أ} & \text{أ ب} \end{vmatrix}$$ = اضرب ع١ × أ ، ع٢ × ب ، ع٣ × جـ
والقسمة خارج المحدد ÷ أ ب جـ

$$\frac{1}{\text{أ ب جـ}} \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & \text{جـ} \\ \text{أ}^2 & \text{ب}^2 & \text{جـ}^2 \\ \text{أ ب جـ} & \text{أ ب جـ} & \text{أ ب جـ} \end{vmatrix}$$ بأخذ عامل مشترك من ص٣

$$\frac{\text{أ ب جـ}}{\text{أ ب جـ}} \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & \text{جـ} \\ \text{أ}^2 & \text{ب}^2 & \text{جـ}^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$ مدور المحدد

$$= \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{أ}^2 & 1 \\ \text{ب} & \text{ب}^2 & 1 \\ \text{جـ} & \text{جـ}^2 & 1 \end{vmatrix}$$ ثم بتبديل العمود ١ مع العمود ٣ ينتج المطلوب



(٤) سعة العدد المركب

(١ − جتا θ) + ت جا θ تساوي ______

$\cdot < \theta < \pi$

$\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}$ ، $\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$ ، $\frac{\pi}{2} - \theta$ | $\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{4}$

<u>الحل</u>: جتا θ = ١ − ٢ جا² $\frac{\theta}{2}$

جا θ = ٢ جا $\frac{\theta}{2}$ جتا $\frac{\theta}{2}$ بالتعويض

١ − (١ − ٢ جا² $\frac{\theta}{2}$) + ت × ٢ جا $\frac{\theta}{2}$ جتا $\frac{\theta}{2}$

٢ جا² $\frac{\theta}{2}$ + ت × ٢ جا $\frac{\theta}{2}$ جتا $\frac{\theta}{2}$

٢ جا $\frac{\theta}{2}$ [جا $\frac{\theta}{2}$ + ت جتا $\frac{\theta}{2}$]

٢ جا $\frac{\theta}{2}$ [جتا ($\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$) + ت جا ($\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$)]

المقياس ، السعة

جا $\frac{\theta}{2}$ = جتا ($\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$)

جتا $\frac{\theta}{2}$ = جا ($\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$)

خلي بالك

جتا − θ = جتا θ

لكن

− جتا θ ≠ جتا θ

(٥) $\begin{vmatrix} \omega & ت \\ ت & \omega \end{vmatrix}$ = ...

١ ، −١ ، <u>−ω</u> ✓ ، −ω²

ω² − ت²

ω² − (−١)

ω² + ١ = <u>−ω</u>

(٦)

$$\begin{pmatrix} ٣ & ٢ & ٢ \\ -٣ & -٢ & ١ \\ -٣ & -٢ & ٤ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} س \\ ص \\ ع \end{pmatrix} = \square$$

يوجد للنظام ...

(أ) الحل الصفري فقط

(ب) عدد لانهائي من الحلول غير الحل الصفري

(ج) صفر

(د) عدد لانهائي من الحلول الحقيقية غير الحل الصفري

الحل :

المصفوفة أ = $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ & ٢ \\ -٣ & -٢ & ١ \\ -٣ & -٢ & ٤ \end{pmatrix}$

$$|أ| = \begin{vmatrix} ٣ & ٢ & ٢ \\ -٣ & -٢ & ١ \\ -٣ & -٢ & ٤ \end{vmatrix} = ٢ \times ٣ \begin{vmatrix} ١ & ١ & ٢ \\ -١ & -١ & ١ \\ -١ & -١ & ٤ \end{vmatrix}$$

عامل مشترك من ع٢ ، ع٣

|أ| = صفر لأن ع٢ ، ع٣ متساويين

ر(أ) < ٣ ⟸ أكبر محدد ٢×٢ داخل المصفوفة أ

$\begin{vmatrix} ٢ & ٢ \\ -٢ & ١ \end{vmatrix} \neq ٠$ ⟸ ر(أ) = ٢

ر(أ) < عدد المجاهيل (٣) ومعادلات متجانسة

يوجد عدد لانهائي من الحلول بجانب الحل الصفري

أثبت أن:

$$\begin{vmatrix} ١ & س & س^٢ \\ ١ & ص & ص^٢ \\ ١ & ع & ع^٢ \end{vmatrix} = (س - ص)(ص - ع)(ع - س)$$

ثم أوجد القيمة العددية إذا كان

س − ص = ٥ ، ص − ع = ٧

الحل بضرب $ص_١ \times -١$ وجمعه على الصف الثاني والثالث

$$\begin{vmatrix} ١ & س & س^٢ \\ ٠ & ص-س & ص^٢-س^٢ \\ ٠ & ع-س & ع^٢-س^٢ \end{vmatrix} = (ص-س)(ع-س) \begin{vmatrix} ١ & س & س^٢ \\ ٠ & ١ & ص+س \\ ٠ & ١ & ع+س \end{vmatrix}$$

بأخذ عامل مشترك من $ص_٢$ ، $ص_٣$

$ص_٢ \times -١ + ص_٣$

$$= (ص-س)(ع-س) \begin{vmatrix} ١ & س & س^٢ \\ ٠ & ١ & س+ص \\ ٠ & ٠ & ع-ص \end{vmatrix}$$

$= (ص - س)(ع - س)(ع - ص)$ أولاً

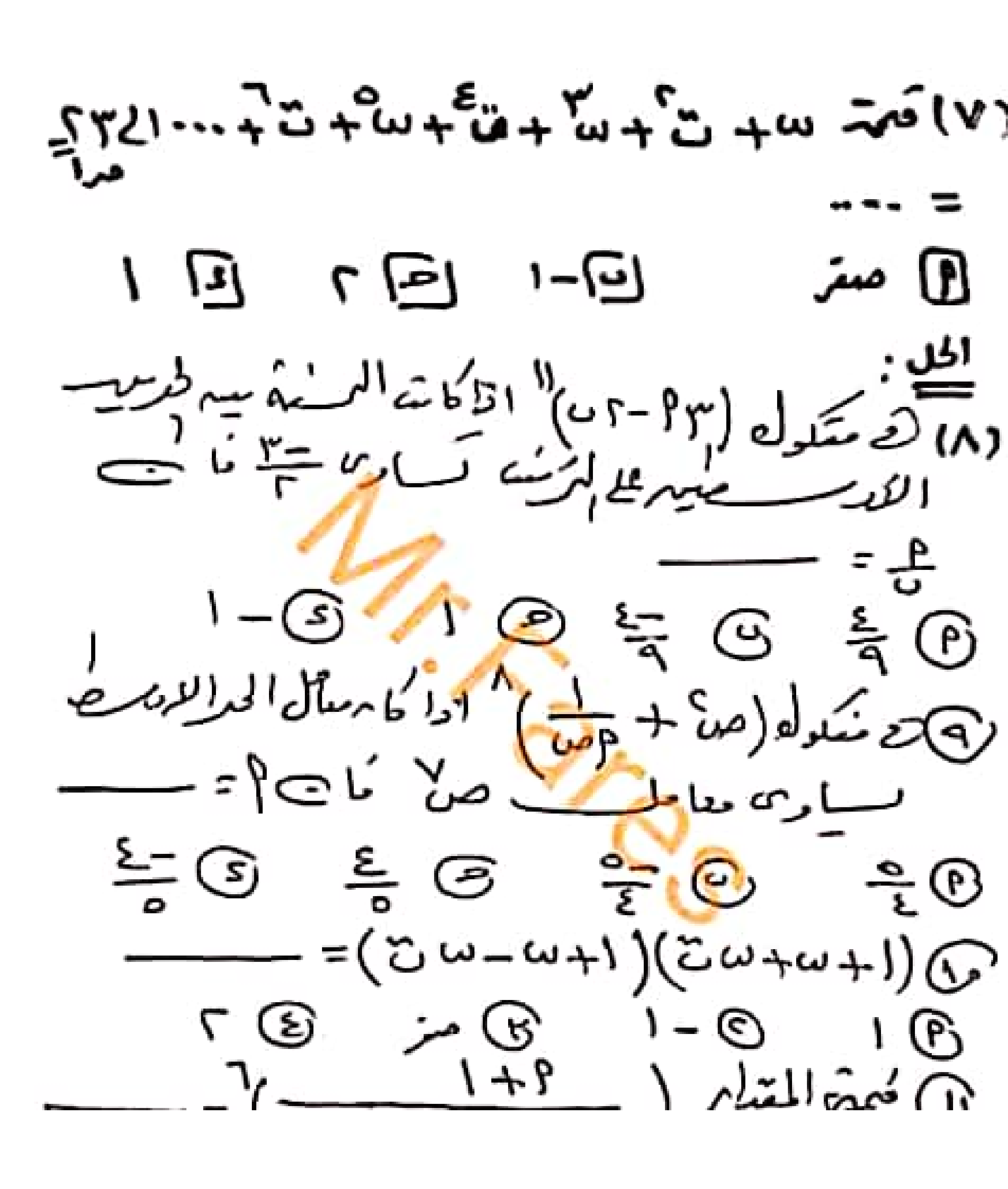
بجمع المعادلتين: س − ص = ٥

ص − ع = ٧ بالجمع

س − ع = ١٢ ثم بالتعويض في المطلوب

(ص − س)(ع − س)(ع − ص)

−٥ × −١٢ × −٧ = −٤٢٠ *



(٧) قيمة $\omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5 + \omega^6 + \dots$ إلى ٣٢١ حداً = ...

(أ) صفر (ب) −١ (ج) ٢ (د) ١

الحل:

(٨) في مفكوك $(٣أ - ٢ب)$ إذا كانت النسبة بين الحدين الأوسطين على الترتيب تساوي $\frac{-٣}{٢}$ فإن $\frac{أ}{ب}$ = ______

(أ) $\frac{٤}{٩}$ (ب) $\frac{-٤}{٩}$ (ج) ١ (د) −١

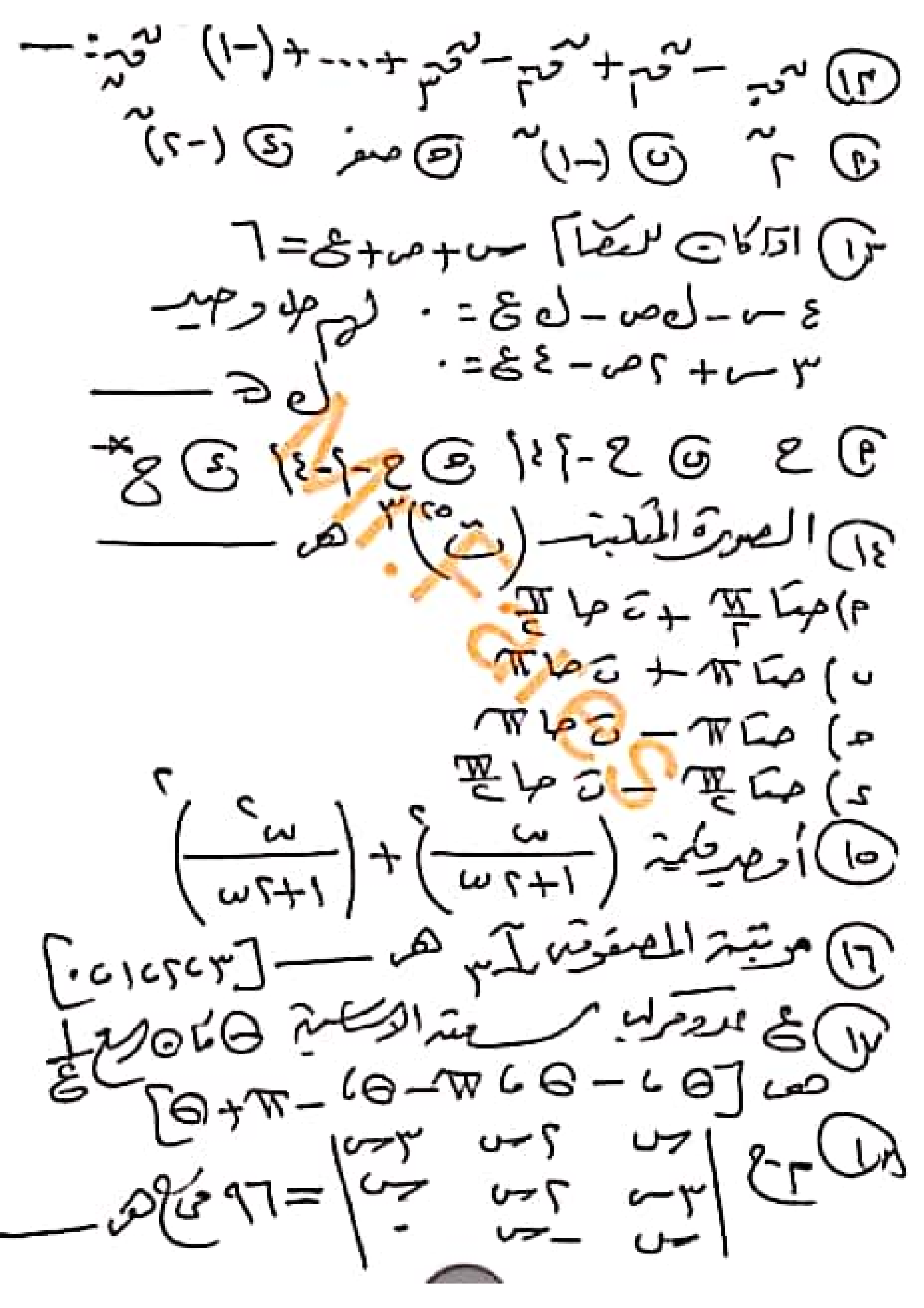
(٩) في مفكوك $\left(س^٢ + \frac{١}{أس}\right)^٨$ إذا كان معامل الحد الأوسط يساوي معامل $س^٧$ فإن أ = ______

(أ) $\frac{٥}{٤}$ (ب) $\frac{-٥}{٤}$ (ج) $\frac{٤}{٥}$ (د) $\frac{-٤}{٥}$

(١٠) $(١ + \omega + \omega^2)(١ - \omega + \omega^2)$ = ______

(أ) ١ (ب) −١ (ج) صفر (د) ٢

(١١) قيمة المقدار ١ ______ أ + ١ ______ ٦ ______



(١٣) $ق^ن_٠ - ق^ن_١ + ق^ن_٢ - ق^ن_٣ + \dots + (-١)^ن ق^ن_ن$ = ——

ⓐ $٢^ن$ ⓑ $(-١)^ن$ ⓙ صفر ⓓ $(-٢)^ن$

(١٣) إذا كانت المعادلات س + ص + ع = ٦

٤س − ل ص − ل ع = ٠ لهم حل وحيد

٣س + ٢ص − ٤ع = ٠

ل ∈ ——

ⓐ ح ⓑ ح − {−١٢} ⓙ ح − {−١، ١٤} ⓓ $ح^*$

(١٤) الصورة المثلثية $(ت)^{٣٢٥}$ هي ——

أ) جتا $\frac{٣\pi}{٢}$ + ت جا $\frac{٣\pi}{٢}$

ب) جتا π + ت جا π

ج) جتا π − ت جا π

د) جتا $\frac{٣\pi}{٢}$ − ت جا $\frac{٣\pi}{٢}$

(١٥) أوجد قيمة $\left(\frac{\omega}{١+٢\omega}\right)^٢ + \left(\frac{\omega^٢}{١+٢\omega}\right)^٢$

(١٦) رتبة المصفوفة $أ_{٣×٣}$ هي —— [٣، ٢، ١، ٠]

(١٧) ع عدد حلول المعادلة الأساسية θ ، π ، θ ∈ ع

ص [θ ، − θ ، π − θ ، π + θ]

(١٨) م ع

$\begin{vmatrix} س & ٢س & ٣س \\ ٣س & ٢س & س \\ س & س & س \end{vmatrix} = ٩٦$ فإن ع هي ——

(١٩) سعة العدد $\frac{١ + ت ظا ١٨}{١ - ت ظا ١٨}$ = ________

أ) $\frac{١}{٢}$ π ب) $\frac{١}{٤}$ π ج) $\frac{١}{٥}$ π د) $\frac{١}{١٢}$ π

(٢٠) أ مصفوفة مربعة |أ| = ٤ فإن أ أ^{مد} = ________

[٤ ، ٤ I ، I ، $\frac{١}{٤}$ I]

(٢١) عدد الحدود في المفكوك $(س + ص)^{١٠٠} - (س - ص)^{١٠٠}$ لعدد ... سالبة ________

[٥٠ ، ٥١ ، ٢٠٢ ، ١٠١]

(٢٢) إذا كان أ = $\begin{pmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$ وكان أ $\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ \\ ٢ \end{pmatrix}$ فإن س ص = ________ [٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨]

(٢٣) إذا كان $\begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣ \\ ٤ \end{pmatrix}$

فإن $\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}$ = ________

(أ) $\begin{pmatrix} ٢ \\ ١ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ١ \\ ٢ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ٢ \\ ٣ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٣ \\ ٢ \end{pmatrix}$